



IV.- Ejercicios de:

1. Matrices de Rotación.
2. Matrices Transformación
3. Cinemática Directa
4. Cinemática Inversa.

Prof. Cecilia Murrugarra Q.
Departamento de Electrónica y Circuitos
Universidad Simón Bolívar

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

- Ejercicio IV-1: Un robot manipulador de tres gdl, tiene como parámetros D-H los datos mostrados en la tabla1.

Link	θ	d	a	α
1	q_1	$+H_1$	$+L_1$	0
2	0	q_2	0	0
3	q_3	0	$+L_3$	0

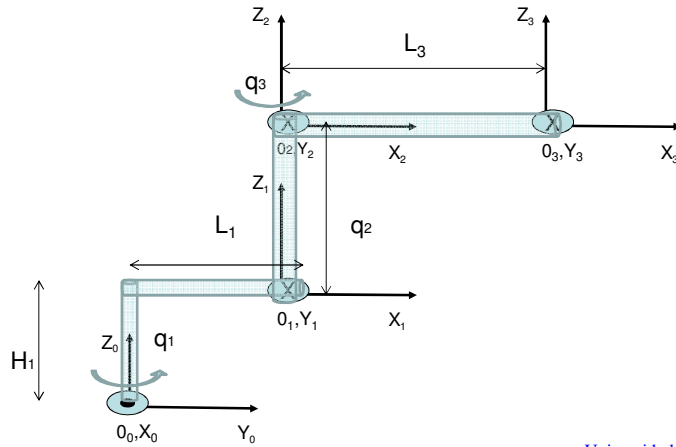
Tabla1. Parámetros D-H de un Robot manipulador

- **Calcule:**
 1. Un diagrama del robot, indicando su configuración y los sistemas de referencia D-H de acuerdo a la información suministrada.
 2. La cinemática directa del robot.
 3. Obtenga las expresiones matemáticas de cada articulación para un P(x,y,z) conocido.

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-1.1:



Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-1:

2. Cálculo de la C-D del Robot manipulador.

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} c_{q_1+q_3} & -s_{q_1+q_3} & 0 & c_{q_1} L_1 + c_{q_1+q_3} L_3 \\ s_{q_1+q_3} & c_{q_1+q_3} & 0 & s_{q_1} L_1 + s_{q_1+q_3} L_3 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 + H_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Cálculo de la C-I del Robot manipulador.

$$P_x = c_{q_1} L_1 + c_{q_1+q_3} L_3;$$

$$P_y = s_{q_1} L_1 + s_{q_1+q_3} L_3;$$

$$P_z = q_2 + H_1;$$

$$q_2 = P_z - H_1;$$

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-1:

$$P_x^2 + P_y^2 = L_1^2 + 2L_1L_3c_3 + L_3^2;$$

$$c_{q_3} = \frac{P_x^2 + P_y^2 - L_1^2 - L_3^2}{2L_1L_3};$$

$$q_3 = a \cos\left(\frac{P_x^2 + P_y^2 - L_1^2 - L_3^2}{2L_1L_3}\right);$$

2 soluciones
para q_3

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-1:

$$P_x = c_{q_1}L_1 + c_{q_1}c_3 - s_{q_1}s_{q_3}L_3;$$

$$P_y = s_{q_1}L_1 + c_{q_1}s_3 + s_{q_1}c_{q_3}L_3;$$

$$P_y = s_{q_1}L_1 + c_{q_1}s_{q_3} + s_{q_1}c_{q_3}L_3 = s_{q_1}(L_1 + c_{q_3}L_3) + c_{q_1}s_{q_3};$$

$$s_1 = \frac{P_y - c_{q_1}s_{q_3}}{(L_1 + c_{q_3}L_3)}; P_x = c_{q_1}L_1 + c_{q_1}c_{q_3} - \left[\frac{P_y - c_{q_1}s_{q_3}}{(L_1 + c_{q_3}L_3)}\right]s_{q_3}L_3;$$

$$c_{q_1} = \frac{P_x - \left[\frac{P_y s_{q_3} L_3}{(L_1 + c_{q_3} L_3)}\right]}{L_1 + c_{q_3} + \left[\frac{s_{q_3}^2 L_3}{(L_1 + c_{q_3} L_3)}\right]};$$

$$q_1 = a \cos\left(\frac{P_x - \left[\frac{P_y s_{q_3} L_3}{(L_1 + c_{q_3} L_3)}\right]}{L_1 + c_{q_3} + \left[\frac{s_{q_3}^2 L_3}{(L_1 + c_{q_3} L_3)}\right]}\right)$$

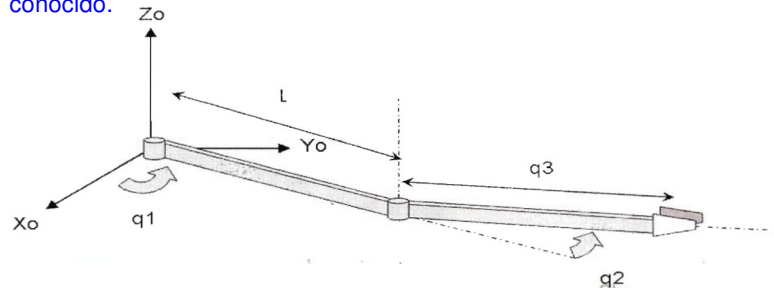
2
soluciones
para q_1

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-2: Un robot manipulador de tres articulaciones RRP.

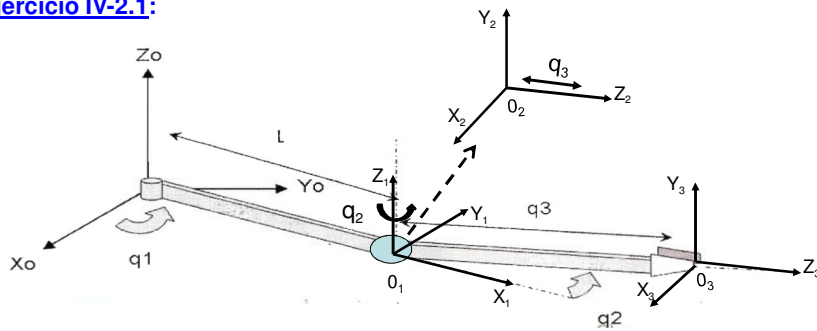
1. Represente los sistemas coordenados y los parámetros de D-H.
2. Obtenga la Cinematica Directa del Brazo.
3. Obtenga la Cinematica Inversa del Brazo RRP, para $P(x,y,0)$ y q_3 conocido.
4. Obtenga la Cinematica Inversa del Brazo RRP, para $P(x,y,0)$ y q_2 conocido.



Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-2.1:



Link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	L_1	0
2	$-\pi/2 + q_2$	0	0	$-\pi/2$
3	0	q_3	0	0

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-2.1:

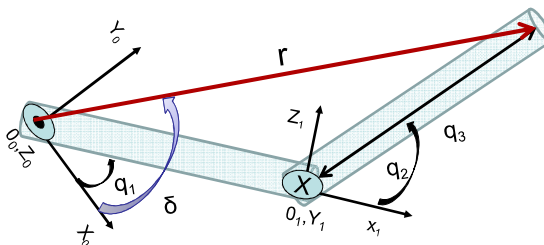
Link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	L_1	0
2	$-\pi/2+q_2$	0	0	$-\pi/2$
3	0	q_3	0	0

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} s_{q_1+q_2} & 0 & c_{q_1+q_2} & c_{q_1+q_2}q_3 + c_{q_1}L_1 \\ c_{q_1+q_2} & 0 & s_{q_1+q_2} & s_{q_1+q_2}q_3 + s_{q_1}L_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa e Inversa

Ejercicio IV-2.3:



$$r^2 = P_x^2 + P_y^2; \quad r^2 = L_1^2 + q_3^2 - 2L_1q_3 \cos(\alpha); \quad \alpha = \pi - q_2;$$

$$r^2 = L_1^2 + q_3^2 + 2L_1q_3 \cos(q_2); \quad q_2 = a \cos\left(\frac{r^2 - L_1^2 - q_3^2}{2L_1q_3}\right);$$

$$\delta = q_1 + \gamma; \quad q_1 = \text{tg}^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) - \text{tg}^{-1}\left(\frac{q_3 \sin(q_2)}{L_1 + q_3 \cos(q_2)}\right)$$

Universidad Simón Bolívar